

積分榜

第 34 期 積分榜

34期		積分
301	吳OO	10
301	鄒OO	10

積分榜前十名

積分榜	30-34期	總積分
301	吳OO	40
301	鄒OO	30
102	蕭OO	16
207	詹OO	15
110	何OO	14
102	梁OO	10
109	陳OO	10
310	陳OO	10
302	王OO	10
212	曹OO	9

陽明論數第 34 期總評

1.本期 301 吳同學、301 鄒同學寫得很好，能將難使用的條件更改為較好使用的面積條件，後續便能簡明地解決問題，足以看得出來有相當的數學底蘊與數學敏感度。

2.歡迎投稿同學於任意時間來數學科辦公室 找賴瑞琪老師，探討問題與領取原稿，可將本次思考歷程與最後解答過得的反思製作成學習歷程檔案，未來可用於升學。另外，第 33 期滿分同學將獲得陽明論數徽章，可於任意時間來數學科辦公室 找賴瑞琪老師領取。

陽明論數

第 34 期 20241118

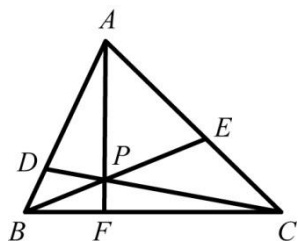
主辦單位：桃園市立陽明高中數學科

2024.11.18(一) 公佈，2024.11.29(五)中午 12 點 30 分截止

本期問題：

如圖(圖僅為示意圖)，設三角形 ABC 中， F 為 $\overline{BC}$ 上一點， E 為 $\overline{AC}$ 邊上一點， D 為 $\overline{AB}$ 邊上一

點，且 $\overline{AF}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CD}$ 交於一點 P ，若 $\frac{\overline{AP}}{\overline{PF}} + \frac{\overline{BP}}{\overline{PE}} + \frac{\overline{CP}}{\overline{PD}} = 2024$ ，求 $\frac{\overline{AP}}{\overline{PF}} \times \frac{\overline{BP}}{\overline{PE}} \times \frac{\overline{CP}}{\overline{PD}}$



[參考答案]

可以將邊長比的條件改為面積比的條件

令 ΔABP 面積 = x , ΔACP 面積 = y , ΔBCP 面積 = z

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PF}} = \frac{\Delta ABP}{\Delta BFP} = \frac{\Delta ACP}{\Delta CFP} = \frac{\Delta ABP + \Delta ACP}{\Delta BFP + \Delta CFP} = \frac{\Delta ABP + \Delta ACP}{\Delta BCP} = \frac{x + y}{z}$$

$$\text{同理可推：} \frac{\overline{BP}}{\overline{PE}} = \frac{\Delta ABP + \Delta BCP}{\Delta ACP} = \frac{x + z}{y} \quad \text{以及} \quad \frac{\overline{CP}}{\overline{PD}} = \frac{\Delta ACP + \Delta BCP}{\Delta ABP} = \frac{y + z}{x}$$

$$\text{條件為} \frac{x + y}{z} + \frac{x + z}{y} + \frac{y + z}{x} = 2024$$

$$\frac{x + y}{z} + \frac{x + z}{y} + \frac{y + z}{x} = \frac{x^2y + xy^2 + x^2z + xz^2 + y^2z + yz^2}{xyz} = 2024$$

$$\text{目標為} \frac{x + y}{z} \times \frac{x + z}{y} \times \frac{y + z}{x} = \frac{x^2y + xy^2 + x^2z + xz^2 + y^2z + yz^2 + 2xyz}{xyz} = \frac{2024xyz + 2xyz}{xyz} = 2026$$

答：2026

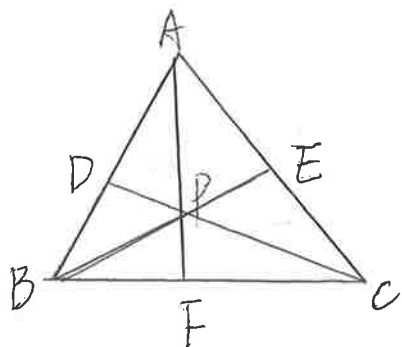
陽明論數 答案紙

第 34 期 本期發布日期: 2024/11/18
 班級: 301 座號: 姓名:

主辦單位: 桃園市立陽明高中數學科

注意事項 1: 請使用黑色或藍色原子筆作答

注意事項 2: 請將答案投入數學科辦公室內陽明論數投稿箱中。



$$\frac{AP}{PD} + \frac{BP}{PE} + \frac{CP}{PD} = 2024$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{z} + \frac{x+z}{y} + \frac{y+z}{x} = 2024$$

令 $\triangle ABP$ 面積 $\equiv x$
 $\triangle ACP$ 面積 $\equiv y$
 $\triangle BCP$ 面積 $\equiv z$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \frac{AP}{PD} &= \frac{x+y}{z} \\ \frac{BP}{PE} &= \frac{x+z}{y} \\ \frac{CP}{PD} &= \frac{y+z}{x} \end{aligned} \Rightarrow \frac{AP}{PD} \times \frac{BP}{PE} \times \frac{CP}{PD} = \frac{(x+y)(x+z)(y+z)}{xyz}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{z} + \frac{x+z}{y} + \frac{y+z}{x}$$

$$= \frac{xy(x+y) + xz(x+z) + yz(y+z)}{xyz}$$

$$= \frac{x^2y + xy^2 + x^2z + xz^2 + y^2z + yz^2}{xyz}$$

$$\frac{(x+y)(x+z)(y+z)}{xyz}$$

$$= \frac{(x^2y + xy^2 + x^2z + xz^2 + y^2z + yz^2) + 2xyz}{xyz}$$

$$= \left(\frac{x+y}{z} + \frac{x+z}{y} + \frac{y+z}{x} \right) + 2$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{PD} \times \frac{BP}{PE} \times \frac{CP}{PD} = 2024 + 2 = 2026$$

10 / 10
 Good!

能將條件轉化為較好使用的面積條件，
 可見數學底蘊深厚，相當優秀！

陽明論數 答案紙

第 34 期 本期發布日期: 2024.11.18
班級: 301 座號: 姓名: 鄒

主辦單位: 桃園市立陽明高中數學科

注意事項 1: 請使用黑色或藍色原子筆作答

注意事項 2: 請將答案投入數學科辦公室內陽明論數投稿箱中。

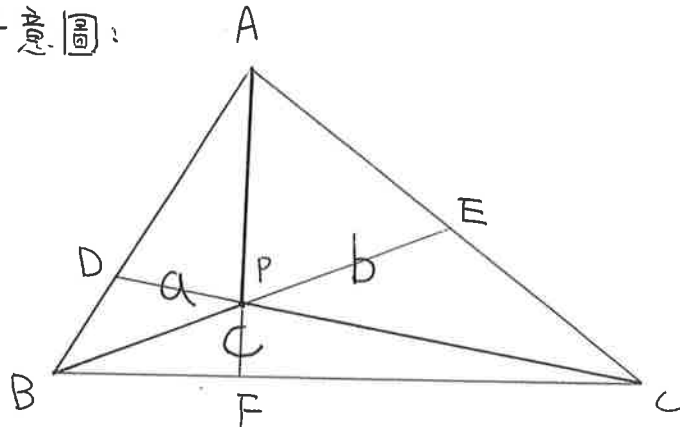
如右圖

示意圖:

令 $\triangle ABP$ 面積為 a

$\triangle ACP$ 面積為 b

$\triangle BCP$ 面積為 c



$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PF}} = \frac{a+b}{c}; \quad \frac{\overline{BP}}{\overline{PE}} = \frac{a+c}{b}; \quad \frac{\overline{CP}}{\overline{PD}} = \frac{b+c}{a} \quad (\text{同高})$$

$$\frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a} = \frac{a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b}{abc} = 2024$$

$$\frac{a+b}{c} \times \frac{a+c}{b} \times \frac{b+c}{a} = \frac{a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b + 2abc}{abc}$$

$$\left(\frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a} \right) - \left(\frac{a+b}{c} \times \frac{a+c}{b} \times \frac{b+c}{a} \right) = \frac{2abc}{abc} = 2$$

$$\frac{a+b}{c} \times \frac{a+c}{b} \times \frac{b+c}{a} = 2024 + 2 = 2026$$

$$A: \frac{\overline{AP}}{\overline{PF}} \times \frac{\overline{BP}}{\overline{PE}} \times \frac{\overline{CP}}{\overline{PD}} = 2026$$

數學敏感度極高, 能看出與面積的關係!
非常出色!